

21121

B. Sc. (Final Year) Examination, 2021

(New Course)

MATHEMATICS

Paper : Third

(Discrete Mathematics)

Time Allowed : Three hours

Maximum Marks : 40

नोट : सभी खण्ड निर्देशानुसार हल कीजिए।

Note: Attempt all sections as directed.

खण्ड-अ

Section-A

(लघु उत्तरीय प्रश्न)

5×3=15

(Short Answer Type Questions)

नोट : सभी पाँच प्रश्नों के उत्तर दीजिए। प्रत्येक प्रश्न 3 अंकों का है।

Note: Attempt all five questions. Each question carries 3 marks.

1. फलन  $f(x, y, z) = xy' + x \cdot z + xy$  को उसके वियोजनीय प्रसामान्य रूप में बदलो।

Express the function  $f(x, y, z) = xy' + x \cdot z + xy$  into its disjunctive normal form.

अथवा

Or

फलन  $f(x, y, z) = (x + y) \cdot (x + y') \cdot (x' + z)$  को उसके संयोजनीय प्रसामान्य रूप में लिखिए।

Express the function  $f(x, y, z) = (x + y) \cdot (x + y') \cdot (x' + z)$  into its conjunctive normal form.

2. यदि  $S$  कोई अरिक्त समुच्चय है तथा  $P(S)$  इसका घात समुच्चय है। दर्शाइये कि  $(P(S), \subseteq)$  एक लैटिस है।

Let  $S$  be any non-empty set and  $P(S)$  be its power set. Show that  $(P(S), \subseteq)$  is a lattice.

अथवा

Or

परिभाषित कीजिए—

- (i) उच्चिष्ठ अवयव
- (ii) लघुत्तम उपरिबन्ध
- (iii) लैटिस या जालक

Define :

- (i) Maximal Element
- (ii) Least Upper Bound
- (iii) Lattice

3. परिभाषित कीजिए—

- (i) सरल आलेख
- (ii) परिमित आलेख
- (iii) तुल्याकारी या समरूपी

Define :

- (i) Simple Graph
- (ii) Finite Graph
- (iii) Isomorphic Graphs

अथवा

Or

पथ और परिपथ को परिभाषित कीजिए।

Define Paths and Circuits.

4. निम्न बीजीय व्यंजक को द्विचर वृक्षों में निरूपित कीजिए—

$$(x - y) \div ((y + z) + w)$$

Express the following algebraic expression in binary tree :

$$(x - y) \div ((y + z) + w)$$

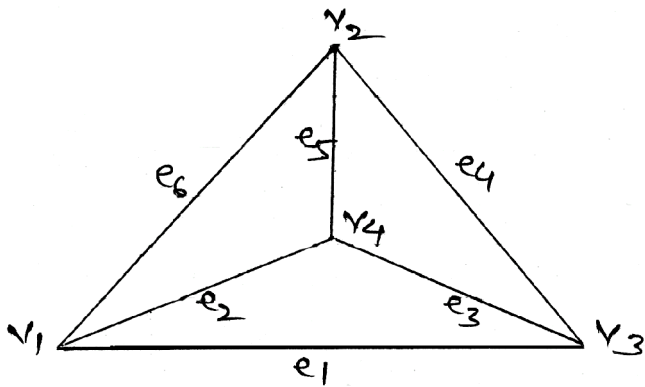
अथवा

Or

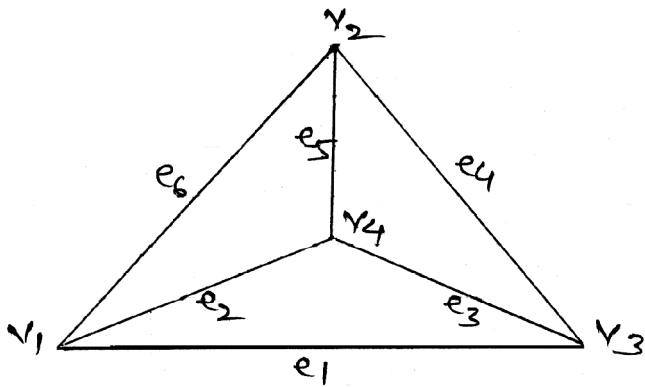
चार शीर्षों का एक पूर्ण आलेख बनाइये तथा इसमें स्थित सभी जनक ट्री को ज्ञात कीजिए।

Draw a complete graph of four vertices and find all spanning tree in this graph.

5. निम्न आलेख का आसन्न आव्यूह ज्ञात कीजिए—



Find the adjacency matrix of the following graph :



अथवा

Or

10 शीर्षों वाले आलेख के समतल निरूपण में कितने क्षेत्र होंगे जबकि प्रत्येक शीर्ष की घात 3 हैं।

How many regions would there be in a plane representation of graph with 10 vertices each of degree 3.

खण्ड-ब  
Section-B

( दीर्घ उत्तरीय प्रश्न )

5×5=25

(Long Answer Type Questions)

नोट : सभी पाँच प्रश्नों के उत्तर दीजिए। प्रत्येक प्रश्न 5 अंकों का है।

Note: Attempt all five questions. Each question carries 5 marks.

6. तीन चरों  $x, y, z$  हेतु वृक्ष जाल का निर्माण कीजिए जिसका प्रवाह फलन निम्न हैं—

$$x \cdot y \cdot z + x' \cdot y \cdot z' + x \cdot y' \cdot z + x' \cdot y' \cdot z$$

Design a tree-net in three variables  $x, y, z$  for the flow function :

$$x \cdot y \cdot z + x' \cdot y \cdot z' + x \cdot y' \cdot z + x' \cdot y' \cdot z$$

अथवा

Or

यदि  $R$  तथा  $S$  समुच्चय  $X$  में तुल्यता सम्बन्ध हो, तो सिद्ध कीजिये कि  $R \cap S$  भी  $X$  में एक तुल्यता सम्बन्ध है।

If  $R$  and  $S$  be equivalence relations in the set  $X$ , then prove that  $R \cap S$  is an equivalence relation in  $X$ .

7. दर्शाइये कि एक बंटनीय जालक में किन्हीं अवयवों  $a, b, c$  के लिए—

$$(a \vee b) \wedge c \leq a \vee (b \wedge c)$$

Show that for any elements  $a, b, c$  in a distributive lattice :

$$(a \vee b) \wedge c \leq a \vee (b \wedge c)$$

अथवा

Or

मान लो  $(L, \leq)$  एक बंटनीय जालक है। दर्शाइये कि, यदि  $L$  में किसी  $a$  के लिए,  $a \wedge x = a \wedge y$  तथा  $a \vee x = a \vee y$

तब  $x = y$

Let  $(L, \leq)$  be a distributive lattice. Show that, if  $a \wedge x = a \wedge y$  and  $a \vee x = a \vee y$  for some  $a$  in  $L$ , then

$x = y$ .

8. दर्शाइये कि  $n$  शीर्षों सहित एक सरल ग्राफ में कोरों की महत्तम संख्या  $\frac{n(n-1)}{2}$  होती है।

Show that, the maximum number of edges in a simple graph with  $n$  vertices is  $\frac{n(n-1)}{2}$ .

अथवा

Or

माना  $G$ ,  $n$  शीर्षों का एक सरल ग्राफ है। यदि  $G$ ,  $K$  संबद्ध घटक रखता है, तो  $G$  में कोरों की महत्तम संख्या

$$\frac{(n-K)(n-K+1)}{2} \text{ होती है।}$$

Let  $G$  be a simple graph with  $n$  vertices. If  $G$  has  $K$  components, then the maximum number of edges that

$$G \text{ can have are } \frac{(n-K)(n-K+1)}{2}.$$

9. निम्नलिखित बीजीय व्यंजक को द्विचर वृक्ष के रूप में निरूपित कीजिए—

$$((a \times b) \times c + (d + e)) - (f - (g \times h))$$

Express the following algebraic expression in binary tree :

$$((a \times b) \times c + (d + e)) - (f - (g \times h))$$

अथवा

Or

दर्शाइये कि  $n$  शीर्षों,  $n-1$  कोरों तथा बिना परिपथ के एक ग्राफ  $G$  सम्बद्ध होता है।

Show that A Graph  $G$  with  $n$  vertices,  $n-1$  edges and no circuits is connected.

10. यदि एक ग्राफ  $G = (V, E)$ ,  $V = \{v_1, v_2, v_3\}$ ,  $E = \{(v_1, v_2), (v_2, v_3), (v_1, v_3)\}$ ,  $|V| = 3$ ,  $|E| = 3$  से परिभाषित है तो इस ग्राफ  $G$  का आसन्नता आव्यूह एवं आपतन आव्यूह ज्ञात कीजिये।

If a graph  $G = (V, E)$  is defined by  $V = \{v_1, v_2, v_3\}$ ,  $E = \{(v_1, v_2), (v_2, v_3), (v_1, v_3)\}$ ,  $|V| = 3$ ,  $|E| = 3$  then find the adjacency matrix and the incidence matrix of the graph  $G$ .

अथवा

Or

दर्शाइये कि  $K_5$  असमतलीय है।

Show that  $K_5$  is non-planar.